

連続時間ランダムウォークによる異常輸送現象の定量化

Continuous time random walk for quantifying anomalous solute transport phenomena

鈴木美妃*・○増本万穂**・鈴木麻里子***・井上一哉***

Miki Suzuki, Maho Masumoto, Mariko Suzuki and Kazuya Inoue

1. 緒論

地下水中の溶質輸送現象は、主に線形移流分散現象である。一方で、粗粒媒体内や多孔質性の高い帯水層においては乱流により非線形発展した異常輸送現象が観測される^{1),2)}。異常輸送に関する有益な知見は少ない点を踏まえ、本研究では、カラム実験と移流分散方程式(ADE)、連続時間ランダムウォーク(CTRW)により溶質輸送現象を生成し、現象の定量化とともに、実サイトへの適用を図る。

2. 室内カラム実験と数値解析

異常輸送を捉えるため、平均粒径 d_{50} の異なる 3 種類の珪砂を用いた。図 1 に示す円筒カラムに水中落下法にて各試料を充填し、所定の動水勾配の流れ場を形成した。5.0 mg/cm³ の NaCl 水溶液を上流端から通水し、NaCl 濃度を時系列測定するとともに、ADE と CTRW にて輸送パラメータを同定した。一次元の ADE は、

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial c}{\partial t} \quad (1)$$

にて表せる³⁾。ここに、 c は濃度、 D は分散係数、 v は実流速、 x は座標、 t は時間であり、ADE では D を同定する。

また、ラプラス領域の一次元 CTRW は

$$u\tilde{c}(x,u) - c_0(x) = -\frac{\bar{t}u\tilde{\psi}(u)}{1-\tilde{\psi}(u)} \left(v_{\psi} \frac{\partial \tilde{c}(x,u)}{\partial x} - D_{\psi} \frac{\partial^2 \tilde{c}(x,u)}{\partial x^2} \right) \quad (2)$$

にて表せる⁴⁾。ここに、 u はラプラス変数、 c_0 は初期濃度、 \bar{t} は特性時間、 v_{ψ} は移動速度、 D_{ψ} は分散度であり、「 \sim 」はラプラス変換された変数であることを意味する。 $\tilde{\psi}(u)$ は溶質輸送を特徴づける関数であり、次式で表現する。

$$\tilde{\psi}(u) = (1+t_2u)^{\beta} \exp(t_1u) \frac{\Gamma(-\beta, t_1/t_2 + t_1u)}{\Gamma(-\beta, t_1/t_2)} \quad (3)$$

ここに、 Γ はガンマ関数、 t_1 、 t_2 はべき乗則挙動の時間である。また、 $\beta > 2$ の場合は正常輸送、 $\beta < 2$ の場合は異常輸送を示す。CTRW では D_{ψ} と β を同定する。図 1 の P 地点にて計測された濃度変化と再現結果の一例を β の値とともに図 2 に示す。平均粒径 0.6 mm の場合は $\beta > 2$ となり正常輸送、平均粒径 3.7 mm の場合は $\beta < 2$ となり、異常輸送が確認できる。異常輸送になると図 2 の矢印付近にて ADE と実測値に乖離が見られ、CTRW の方が異常輸送への適応性は高いといえる。

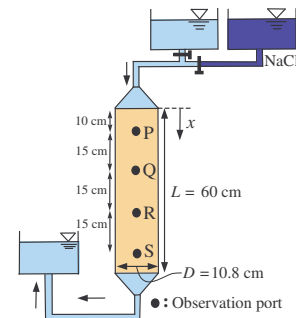


図 1：カラム実験装置の概略

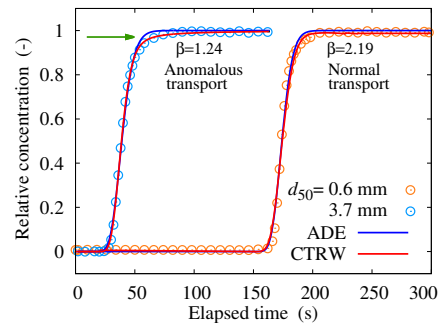


図 2：溶質輸送の再現結果

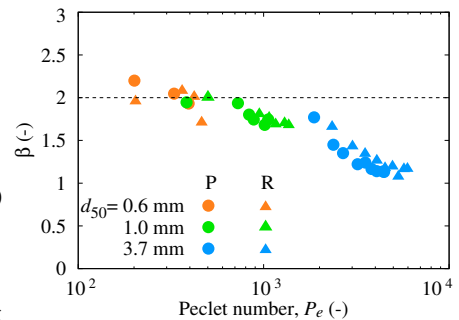


図 3：ペクレ数と β の関係

*JR 西日本：West Japan Railway Company ** 神戸大学農学部：Faculty of Agriculture, Kobe University

*** 神戸大学大学院農学研究科：Graduate School of Agricultural Science, Kobe University

キーワード：連続時間ランダムウォーク、異常輸送現象、カラム実験

3. 溶質輸送現象の定量化と非線形表現

CTRW にて得られた β とペクレ数の関係を図 3 に示す。ペクレ数は移流輸送と拡散輸送の比率を表しており、 $Pe = vd_{50}/D_d$ にて表現される。ここに、 D_d は分子拡散係数であり、NaCl を用いた本研究では $D_d = 2.11 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ とした。ペクレ数が 400 付近を超えると異常輸送現象が発現している。また、 β は輸送距離に依存しない点、ペクレ数が増加すると β の値は減少する点が確認できる。移流現象が顕著になり、乱流に遷移する結果、異常輸送の促進により β の値は非線形的に減少したと推測され、 β を推定できる CTRW は異常輸送の判断に有益な手段である。ここで、ADE にて推定される分散係数 D を非線形式 $D = \alpha \cdot v^n$ で解釈する。ここに、 α は分散長であり、濃度変化を基に時間モーメント法⁵⁾より求め、べき数 n を逆算した。べき数 n と β の分布を図 4 に示す。 $\beta < 2$ では β の減少に伴いべき数 n の増加傾向が見られる。ADE は β の推定はできないものの、 n を推定することにより場の流速依存度合いを俯瞰する手段になり得る。

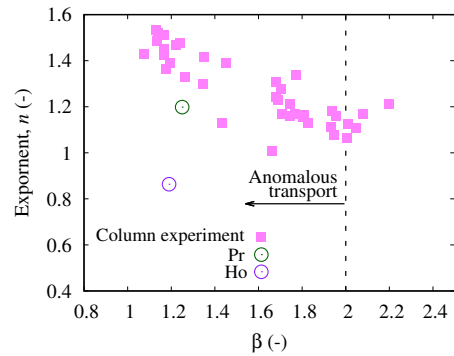


図 4：べき数 n と β の分布

ここで、ADE にて推定される分散係数 D を非線形式 $D = \alpha \cdot v^n$ で解釈する。ここに、 α は分散長であり、濃度変化を基に時間モーメント法⁵⁾より求め、べき数 n を逆算した。べき数 n と β の分布を図 4 に示す。 $\beta < 2$ では β の減少に伴いべき数 n の増加傾向が見られる。ADE は β の推定はできないものの、 n を推定することにより場の流速依存度合いを俯瞰する手段になり得る。

4. 実サイトへの適用

ADE と CTRW の適用性を実証すべく、多孔質性の高い地質を有する沖縄県宮古島にて原位置トレーサ試験を実施した。2 種類の超高感度トレーサ (Pr, Ho) を図 5 に示す観測孔 1, 2 にそれぞれ投入し、下流の観測孔 3, 4 で採水した。観測した濃度変化を数値解析結果と実流速 v とともに図 6 に示す。図中、べき数 n と β を併記し、図 4 にプロットする。まず、ADE にて溶質挙動を再現すると Pr では $n = 1.19$ 、Ho では $n = 0.86$ になる。速い流れ条件下にある Pr は流れ方向に溶質が伸展する一方、Ho の場合は流速が遅く、流れ方向への拡がり制限された結果、両者の差異が生じたと推察される。CTRW にて溶質挙動を再現すると Pr では $\beta = 1.25$ 、Ho では $\beta = 1.19$ となり、対象場では異常輸送が発生していると結論づけられる。宮古島の帯水層は不均一性の高い石灰岩から成るため、本結果は妥当と判断される。以上より、ADE と CTRW により異常輸送を定量化できるといえる。

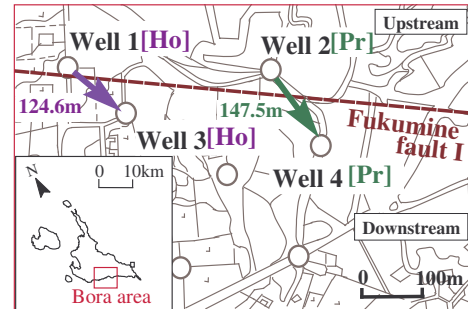


図 5：実サイトの観測孔

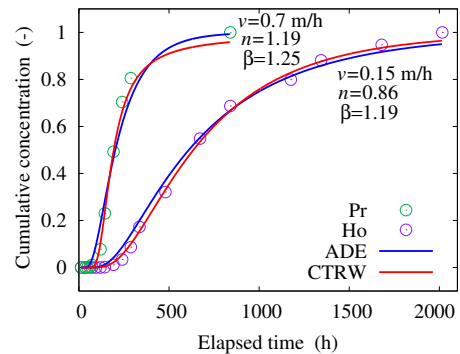


図 6：実サイトの溶質輸送結果

5. 結論

本研究では、カラム実験と ADE, CTRW により異常輸送現象を生成し、現象を定量評価した。その結果、粗粒媒体では異常輸送現象が発現し、CTRW は異常輸送を良好に再現でき、CTRW のパラメータ β は異常輸送の判断指標になることがわかった。ADE では β ではなく、 $D = \alpha \cdot v^n$ のべき数 n の推定より場の流速依存性を評価でき、原位置トレーサ試験を通じて両者の適用性が実証された。

参考文献：1) Levy, M. et al.: *J. Contam. Hydrol.*, 64, pp.203–226, 2003. 2) Zaslavsky, G.M.: *Physics Reports.*, 371, pp.246–254, 2011. 3) Qian, J. et al.: *J. Hydrol.*, 399, pp.203–226, 2003. 4) Berkowitz, B. et al.: *Rev. Geophys.*, 44, pp.1–49, 2006. 5) Pang, L. et al.: *J. Contam. Hydrol.*, 60, pp.123–134, 2003.

謝辞：本研究は、(一社)土地改良建設協会「2020 年度国営事業地区等フィールド調査学生支援事業」による支援を受けました。また、宮古伊良部農業水利事業所の皆様にはデータを提供していただきました。ここに記して深謝の意を表します。